

Exercício 50 (Cap. 5 do livro)

- a) Qual a probabilidade de decorrerem 3 minutos sem qualquer cliente atendido?

X variável aleatória que representa número de clientes atendidos num período de 3 minutos.

$$X \sim \text{Po}(2)$$

$$P(X = 0) = \frac{e^{-2}2^0}{0!} = 0.1353$$

- b) Qual a probabilidade de o atendimento de um cliente demorar mais do que 3 minutos?

O tempo de espera entre acontecimentos originados por um processo de Poisson é uma variável aleatória com distribuição exponencial.

Y variável aleatória que representa o tempo, em minutos, que decorre até um cliente ser atendido.

$$Y \sim \text{Ex}\left(\frac{2}{3}\right)$$

$$P(Y > 3) = 1 - P(Y \leq 3) = 1 - F(3) = 1 - (1 - e^{-\frac{2}{3} \times 3}) = 0.1353$$

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda u} du = - \int_0^x -\lambda e^{-\lambda u} du = -[e^{-\lambda u}]_0^x = 1 - e^{-\lambda x}$$

- c) Compare os resultados das duas alíneas anteriores.

A probabilidade de ocorrência dos dois acontecimentos é idêntica devido à relação que existe entre a distribuição exponencial e a distribuição Poisson.

- d) Qual a probabilidade de o atendimento de um cliente demorar entre 3 e 6 minutos?.

Utilizando os resultados obtidos na resolução da alínea b) vem

$$P(3 \leq Y \leq 6) = P(Y \leq 6) - P(Y < 3) = 1 - e^{-\frac{2}{3} \times 6} - (1 - e^{-\frac{2}{3} \times 3}) = 0.1170$$